التصحيح النموذجي لإمتحان شهادة التعليم المتوسط دورة جوان 2009

الجزء الأول:

التمرين الأول:

1 - كتابة $A+B$ على شكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي:

لدينا:
$$A+B=\sqrt{80}+2\sqrt{45}$$
$$=\sqrt{16\times 5}+2\sqrt{9\times 5}$$
$$=\sqrt{4^2\times 5}+2\sqrt{3^2\times 5}$$
$$=4\sqrt{5}+2\times 3\sqrt{5}$$
$$=4\sqrt{5}+6\sqrt{5}$$

إذن:
$$\mathrm{A}+\mathrm{B}=10\sqrt{5}$$

2 - إثبات أن $A\times B$ عدد طبيعي:

لدينا:
$$A\times B=\sqrt{80}\times 2\sqrt{45}$$
$$=4\sqrt{5}\times 6\sqrt{5}$$
$$=4\times 6\times \sqrt{5}^2$$
$$=24\times 5=120$$

إذن $A\times B=120$ وهو عدد طبيعي.

3 - كتابة $\frac{C^2}{\sqrt{5}}$ على شكل مقامها عدد ناطق:

لدينا:
$$\frac{C^2}{\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{\sqrt{5}}$$
$$=\frac{(\sqrt{5}^2+2\times 1\times \sqrt{5}+1^2)\times \sqrt{5}}{\sqrt{5}\times \sqrt{5}}$$
$$=\frac{(6+2\sqrt{5})\times \sqrt{5}}{5}$$
$$=\frac{6\sqrt{5}+2\sqrt{5}\times \sqrt{5}}{5}$$

إذن:
$$\frac{C^2}{\sqrt{5}}=\frac{10+6\sqrt{5}}{5}$$

التمرين الثاني:

1 - نشر وتبسيط العبارة E :

لدينا
$$E=2x-10-(x-5)^2$$

معناه
$$=2x-10-(x^2-2\times 5\times x+5^2)$$
$$=2x-10-(x^2-10x+25)$$
$$=2x-10-x^2+10x-25$$

إذن
$$E=-x^2+12x-35$$

2 - تحليل العبارة E :

لدينا
$$E=2x-10-(x-5)^2$$

$$= (2\times x) - (2\times 5) - (x-5)^2$$
$$= 2(x-5) - (x-5)(x-5)$$
$$= (x-5)[2-(x-5)]$$
$$E = (x-5)(-x+7)$$

3 - حل المعادلة $(x-5)(7-x)=0$

$(x-5)(7-x)=0$ معناه $x-5=0$ أو $7-x=0$

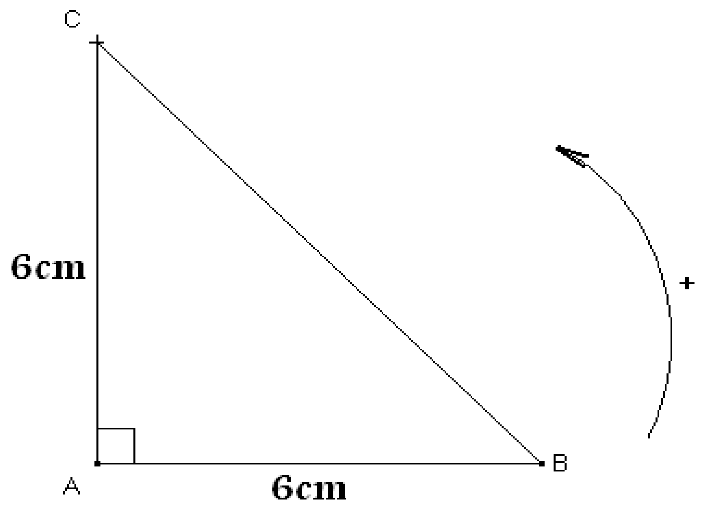
معناه $x-5+5=5$ أو $7-x+7=7$

معناه $x=5$ أو $x=7$

ا لمعادلة $(x-5)(7-x)=0$ تقبل حلين مختلفين هما: 7 و5

التمرين الثالث:

الشكل:



1 - نوع المثلث ABC مع التبرير:

المثلث ABC قائم في A لأن زاوية الدوران $90°$ ومتساوي الساقين لأن صورة القطعة $[AB]$ هي القطعة $[AC]$ بالدوران المعطى فهما قطعتان متقايستان.

2 - إيجاد الطول BC :

في المثلث ABC القائم في A نجد حسب علاقة فيثاغورث:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

معناه $$BC^2 = 6^2 + 6^2$$

$$BC^2 = 72$$

أي $$BC = \sqrt{72}$$

إذن $$BC = 6\sqrt{2}\ cm$$

التمرين الرابع:

حل الجملة:

لدينا $\begin{cases} x+y=14 & ...(1) \\ x+4y=32 & ...(2) \end{cases}$

من المعادلة (1) نجد:

$x=14-y \quad ...(3)$

نعوض في المعادلة (2) فنجد:

$14-y+4y=32$

معناه $3y=32-14$ ومنه $3y=18$

أي $y=\frac{18}{3}$

أي $y=6$

نعوض في المعادلة (3) فيكون:

$x=14-6$

أي $x=8$

إذن حل هذه الجملة هو $(8\,;6)$

1 - إيجاد $PGCD(500;125)$:

لدينا $500-125=375$

$375-125=250$

$250-125=125$

$125-125=0$

إذن $PGCD(500;125)=125$

2 - إيجاد عدد العلب لكل صنف:

ليكن x عدد العلب من الصنف الأول $(125\ g)$ و y عدد العلب من الصنف الثاني $(500\ g)$ فتكون الجملة التالية:

$\begin{cases} x+y=14 & ...(1) \\ 125x+500y=4000 & ...(2) \end{cases}$

بقسمة طرفي المعادلة (2) على العدد 125 نجد الجملة: $\begin{cases} x+y=14 & ...(1) \\ x+4y=32 & ...(2) \end{cases}$

ومن خلال السؤال الأول للتمرين نجد $x=8$ وهو عدد العلب من الصنف الأول، و $y=6$ وهو عدد العلب من الصنف الثاني.

الجزء الثاني:

المسألة:

حساب سعة كل من الخزان والمسبح:

سعة الخزان V_1 :

لدينا $V_1=\pi r^2 h$

$= 3,14 \times 5^2 \times 4 = 3,14 \times 100$

إذن $V_1 = 314 \ m^3$

- سعة المسبح V_2 :

لدينا $V_2 = a \times b \times c$

$V_2 = 20 \times 6 \times 2$

إذن $V_2 = 240 \ m^3$

1 - حساب كمية الماء المتدفقة في المسبح وكمية الماء المتبقية في الخزان:

- كمية الماء المتدفقة في المسبح:

$12 \times 3 = 36 \, m^3$

- كمية الماء المتبقية في الخزان:

$314 - 36 = 278 \ m^3$

2 - إيجاد عبارة $g(x)$ كمية الماء المتدفقة في المسبح بعد مرور x ساعة:

لدينا $g(x) = 12x$

- استنتاج عبارة $f(x)$ كمية الماء المتبقية في الخزان بعد مرور x ساعة:

لدينا $f(x) = 314 - g(x)$

ومنه $f(x) = 314 - 12x$

3 - لتكن الدالتين f و g حيث:

$f(x) = 314 - 12$

$g(x) = 12x$

التمثيل البياني لكل من الدالتين f و g :

الدالة f هي دالة تآلفية

من أجل $x = 0$ نجد $y = 314$

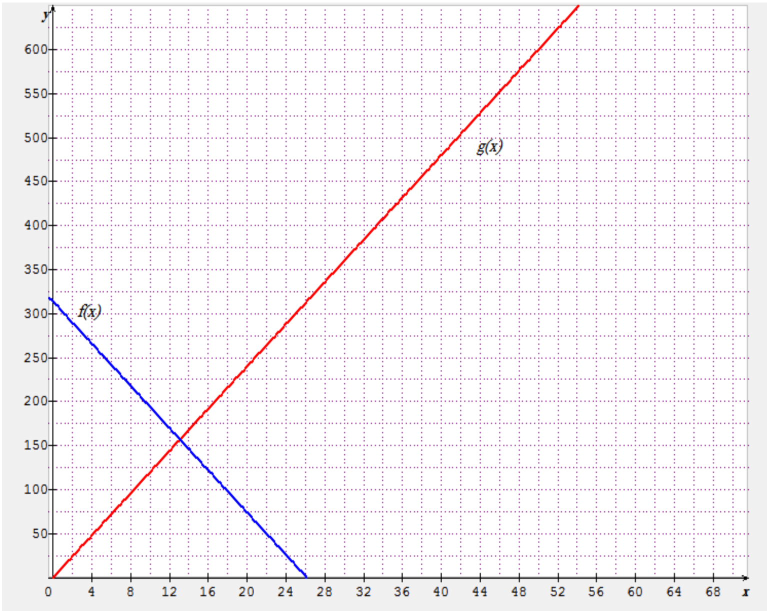
من أجل $x = 16$ نجد $y = 314 - 12 \times 16 = 122$

تمثيل الدالة f هو مستقيم يشمل النقطتين ذات الإحداثيات $(0; 314)$, $(16; 122)$

الدالة g هي دالة خطية

من أجل $x = 10$ نجد $y = 120$

تمثيل الدالة g هو مستقيم يشمل النقطتين ذات الإحداثيات $(0; 0)$, $(10; 120)$



- إيجاد الوقت المستغرق لملء المسبح:

سعة المسبح هي $240\ m^3$ ، إذن لإيجاد الوقت المستغرق لملئه نحل المعادلة التالية:

$$12x = 240$$

معناه $x = \frac{240}{12}$

أي $x = 20$

إذن الوقت المستغرق لملء المسبح هو $20\ h$

- حل المعادلة $f(x) = g(x)$:

$$f(x) = g(x)$$

معناه $314 - 12x = 12x$

أي $12x + 12x = 314$

أي $24x = 314$

ومنه $x = \frac{314}{24}$

إذن $x \approx 13{,}08\ h$

يمثل هذا الحل المدة الزمنية التي تتساوى فيها كمية الماء المتدفقة في المسبح مع كمية الماء المتبقية في الخزان أي بعد مرور $13h5min$.