دروس و تمارين محلولة للسنة الرابعة متوسط

من اعداد الأستاذ : سعيداني رشيد .

أستاذ تعليم متوسط

سعيداني رشيد

تخصص رياضيات

الحساب

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة :

ملخص للدرس :

1/ قوى عدد نسبي :

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

2/ الكتابة العلمية :

الكتابة العلمية لعدد A هي كتابته من الشكل : $A = b \times 10^n$

حيث b عدد عشري مكتوب برقم واحد قبل الفاصلة و غير معدوم .

و n عدد صحيح نسبي .

3/ العددان الأوليان فيما بينهما :

a و b عددان أوليان فيما بينهما معناه PGCD(a , b)=1

4/ الكسر الغير قابل للاختزال :

ليكن a و b عددان طبيعيان حيث $b \neq 0$

الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال معناه a و b أوليان فيما بينهما أي PGCD(a , b) = 1 .

سلسلة التمارين :

التمرين الأول :

1/ أوجد PGCD (3640 , 1950)

2/ أحسب الكسر $\frac{x}{y}$ حيث : 3640 x = 1950 y مع الاختزال ان أمكن .

3/ أحسب A ; B بخطوات مفصلة بحيث

$$A = \frac{5}{4} + \frac{11}{4} \times \frac{20}{33}$$

$$B = \frac{1}{12} \div \left(2 - \frac{7}{3}\right)$$

التمرين الثاني :

1/ أكتب A على أبسط شكل ممكن حيث : $A=11\div\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{2}\right)$

2/ أوجد PGCD (132 , 88) ثم اختزل الكسر .

3/ أكتب العدد B على شكل كتابة علمية حيث : $B=\frac{5\times10^{8}\times6\times10^{3}}{2\times(10^{4})^{3}}$

التمرين الثالث :

1/ هل العددان 682 و 496 أوليان فيما بينهما .

2/ أكتب الكسر $\frac{682}{496}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .

حلول التمارين :

التمرين الأول :

1/إيجاد PGCD(3640 , 1950) :

$$3640=(1950\times1)+1690$$

$$1950=(1690\times1)+260$$

$$1690=(260\times6)+130$$

$$260=(130\times2)+0$$

اذن PGCD(3640 , 1950) =130

2/ حساب الكسر $\frac{x}{y}$ حيث : 3640 x = 1950 y

$$\frac{x}{y}=\frac{1950}{3640}$$

-اختزال الكسر $\frac{x}{y}$:

$$\frac{x}{y}=\frac{1950}{3640}=\frac{1950\div130}{3640\div130}=\frac{15}{28}$$

3/ حساب A :

$$A=\frac{5}{4}+\frac{11}{4}\times\frac{20}{33}$$

$$A=\frac{5}{4}+\frac{11\times 20}{4\times 33}$$

$$A=\frac{5}{4}+\frac{220}{132}$$

$$A=\frac{5\times 33}{4\times 33}+\frac{220}{132}$$

$$A=\frac{165+220}{132}$$

$$A=\frac{385}{132}$$

-حساب B :

$$B=\frac{1}{12}\div(2-\frac{7}{3})$$

$$B=\frac{1}{12}\div(\frac{2\times 3}{1\times 3}-\frac{7}{3})$$

$$B=\frac{1}{12}\div(\frac{6}{3}-\frac{7}{3})$$

$$B=\frac{1}{12}\div(\frac{6-7}{3})$$

$$B=\frac{1}{12}\div\frac{(-1)}{3}$$

$$B=\frac{1}{12}\times\frac{3}{(-1)}$$

$$B=\frac{1\times 3}{12\times(-1)}$$

$$B=\frac{3}{-12}$$

$$B=\frac{3\div 3}{-12\div 3}$$

$$B=-\frac{1}{4}$$

التمرين 2:

1/ تبسيط العبارة A :

$$A=11\div(\frac{2}{3}-\frac{5}{2})$$

$$A = 11 \div \left(\frac{2\times2}{3\times2} - \frac{5\times3}{2\times3}\right)$$

$$A = 11 \div \left(\frac{4}{6} - \frac{15}{6}\right)$$

$$A = 11 \div \left(\frac{4-15}{6}\right)$$

$$A = 11 \div \left(\frac{-11}{6}\right)$$

$$A = 11 \times \frac{6}{(-11)}$$

$$A = -6$$

2/ ايجاد PGCD(132 , 88) :

132−88=44

88−44=44

44−44=0

اذن PGCD(132 , 88)=44

-اختزال الكسر $\frac{132}{88}$

$$\frac{132}{88} = \frac{132\div44}{88\div44} = \frac{3}{2}$$

3/ كتابة B على شكل كتابة علمية :

$$B = \frac{5\times10^{8}\times6\times10^{3}}{2\times(10^{4})^{3}}$$

$$B = \frac{5\times6\times10^{8}\times10^{3}}{2\times10^{4\times3}}$$

$$B = \frac{30\times10^{8+3}}{2\times10^{12}}$$

$$B = \frac{30\times10^{11}}{2\times10^{12}}$$

$$B = \frac{30}{2}\times\frac{10^{11}}{10^{12}}$$

$B = 15 \times 10^{11-12}$

$B = 15 \times 10^{-1}$

$B = 1,5 \times 10 \times 10^{-1}$

$B = 1,5 \times 10^{1} \times 10^{-1}$

$B = 1,5 \times 10^{1+(-1)}$

$B = 1,5 \times 10^{0}$

$B = 1,5 \times 1$

$B = 1,5$

التمرين الثالث :

1/التحقق من أن العددان 682 و 496 أوليان فيما بينهما :

$682 = (496 \times 1) + 186$

$496 = (186 \times 2) + 124$

$186 = (124 \times 1) + 62$

$124 = (62 \times 2) + 0$

اذن PGCD(682 , 496)= 62≠ 1

و بالتالي العددان 682 و 496 ليسا أوليان فيما بينهما لأن القاسم المشترك الأكبر لهما لا يساوي 1 .

2/ اختزال الكسر $\frac{682}{496}$

$\frac{682}{496} = \frac{682 \div 62}{496 \div 62} = \frac{11}{8}$

الحساب على الجذور :

ملخص للدرس :

الجذر التربيعي لعدد موجب :

$(\sqrt{a})^2 = a$

المعادلة $X^2 = b$

b عدد حقيقي .

اذا كان b>0 فان للمعادلة $x^2 = b$ حلين مختلفين هما $\sqrt{b}$ و $-\sqrt{b}$

اذا كان b=0 فان للمعادلة $x^2 = b$ حلا واحدا فقط هو العدد 0 .

اذا كان b<0 فان المعادلة $x^2 = b$ ليس لها حلا حقيقيا لأن $x^2 \geq 0$.

العمليات على الجذور التربيعية :

a و b عددان موجبان حيث $b \neq 0$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

ملاحظة :

a و b عددان موجبان .

$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$

حيث b<a .

طريقة جعل مقام نسبة عددا ناطقا :

لجعل مقام النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عددا ناطقا نضرب كلا من a و $\sqrt{b}$ في العدد $\sqrt{b}$

أي $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$

سلسلة تمارين :

التمرين الأول :

A وB عددان حقيقيان حيث

$$A = \frac{8}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{11}{4}$$

و$B = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + \sqrt{75}$

1-أحسب قيمة العدد A و أكتب النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال

2-أحسب قيمة العدد B و أكتب النتيجة على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a وb عددان نسبيان و b عدد موجب أصغر ما يمكن

3-أحسب B^2 ثم استنتج أن

$$B^2 = 96 \times A$$

التمرين الثاني :

لتكن : $A = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{24}$

$$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$$

$$C = (5 + \sqrt{3})^2$$

$$D = (\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5})$$

1-أحسب قيمة A و أعط الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال.

2-أكتب B على الشكل $b\sqrt{3}$ بحيث b عدد طبيعي .

3-أكتب C على الشكل $e + f\sqrt{3}$ مع e و f عددان طبيعيان .

4-بين أن D عدد نسبي .

التمرين الثالث (BEM 2012) :

ليكن العددان الحقيقيان m و n حيث:

$$n = (\sqrt{7} + 3)(4 - \sqrt{7}) \,,\; m = \sqrt{112} - 3\sqrt{28} + 3\sqrt{7} - \sqrt{25}$$

1/ أكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{7}+b$ بحيث a و b عددان نسبيان .

2/ بين أن الجداء $m \times n$ عدد ناطق .

3/ اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا .

حلول التمارين :

التمرين الأول :

1-حساب قيمة A و اختزال الكسر الناتج :

$$A = \frac{8}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{11}{4}$$

$$A = \frac{8}{5} - \frac{2\times11}{5\times4}$$

$$A = \frac{8}{5} - \frac{22}{20}$$

$$A = \frac{8\times4}{5\times4} - \frac{22}{20}$$

$$A = \frac{32}{20} - \frac{22}{20}$$

$$A = \frac{32-22}{20}$$

$$A = \frac{10}{20}$$

$$A = \frac{10\div10}{20\div10}$$

$$A = \frac{1}{2}$$

2- حساب قيمة B و كتابتها على الشكل $a\sqrt{b}$:

$$B = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + \sqrt{75}$$

$$B = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{9\times3} + \sqrt{25\times3}$$

$$B = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3^2\times3} + \sqrt{5^2\times3}$$

$$B = 3\sqrt{3} - 4\times3\sqrt{3} + 5\times\sqrt{3}$$

$$B = 3\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$$

$$B = (3 - 12 + 5)\sqrt{3}$$

$$B = -4\sqrt{3}$$

3- حساب B^2

$$B^2 = (-4\sqrt{3})^2$$

$$B^2 = (-4)^2(\sqrt{3})^2$$

$$B^2 = 16 \times 3$$

$$B^2 = 48$$

استنتاج أن : $B^2 = 96 \times A$

$$96 \times \frac{1}{2} = 48 = B^2$$

التمرين الثاني :

1-حساب A و اختزال الكسر الناتج :

$$A = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{24}$$

$$A = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \times \frac{24}{5}$$

$$A = \frac{3}{7} - \frac{15 \times 24}{7 \times 5}$$

$$A = \frac{3}{7} - \frac{3 \times 5 \times 24}{7 \times 5}$$

$$A = \frac{3}{7} - \frac{3 \times 24}{7}$$

$$A = \frac{3}{7} - \frac{72}{7}$$

$$A = \frac{3 - 72}{7}$$

$$A = \frac{-69}{7}$$

2-كتابة B على الشكل $b\sqrt{3}$

$$B=\sqrt{300}-4\sqrt{27}+6\sqrt{3}$$

$$B=\sqrt{100\times3}-4\sqrt{9\times3}+6\sqrt{3}$$

$$B=\sqrt{10^2\times3}-4\sqrt{3^2\times3}+6\sqrt{3}$$

$$B=10\sqrt{3}-4\times3\sqrt{3}+6\sqrt{3}$$

$$B=10\sqrt{3}-12\sqrt{3}+6\sqrt{3}$$

$$B=(10-12+6)\sqrt{3}$$

$$B=4\sqrt{3}$$

3-كتابة C على الشكل $e+f\sqrt{3}$

$$C=(5+\sqrt{3})^2$$

$$C=(5)^2+(\sqrt{3})^2+2\times5\times\sqrt{3}$$

$$C=25+3+10\sqrt{3}$$

$$C=28+10\sqrt{3}$$

4-أبين أن D عدد نسبي :

$$D=\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)$$

$$D=(\sqrt{2})^2-(\sqrt{5})^2$$

$$D=2-5$$

D=-3

اذن D عدد نسبي .

التمرين الثالث (BEM 2012) :

1-كتابة كلا من m و n على الشكل $a\sqrt{7}+b$:

$$m=\sqrt{112}-3\sqrt{28}+3\sqrt{7}-\sqrt{25}$$

$$m = \sqrt{16 \times 7} - 3\sqrt{4 \times 7} + 3\sqrt{7} - \sqrt{25}$$

$$m = \sqrt{4^2 \times 7} - 3\sqrt{2^2 \times 7} + 3\sqrt{7} - \sqrt{5^2}$$

$$m = 4\sqrt{7} - 3 \times 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 5$$

$$m = 4\sqrt{7} - 6\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 5$$

$$m = (4 - 6 + 3)\sqrt{7} - 5$$

$$m = 1\sqrt{7} - 5$$

$$m = \sqrt{7} - 5$$

كتابة n :

$$n = (\sqrt{7} + 3)(4 - \sqrt{7})$$

$$n = \sqrt{7} \times (4 - \sqrt{7}) + 3 \times (4 - \sqrt{7})$$

$$n = \sqrt{7} \times 4 - \sqrt{7} \times \sqrt{7} + 3 \times 4 - 3 \times \sqrt{7}$$

$$n = 4\sqrt{7} - (\sqrt{7})^2 + 12 - 3\sqrt{7}$$

$$n = (4 - 3)\sqrt{7} - 7 + 12$$

$$n = 1\sqrt{7} + 5$$

$$n = \sqrt{7} + 5$$

2- أبين أن الجداء $m \times n$ عدد ناطق :

$$m \times n = (\sqrt{7} - 5)(\sqrt{7} + 5)$$

$$m \times n = (\sqrt{7})^2 - 5^2$$

$$m \times n = 7 - 25$$

$$m \times n = -18$$

اذن $m \times n$ عدد ناطق .

3 – جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا :

$$\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{7}-5)\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$$

$$= \frac{\sqrt{7}\times\sqrt{7}-5\times\sqrt{7}}{(\sqrt{7})^2}$$

$$= \frac{7-5\sqrt{7}}{7}$$

أستاذ تعليم متوسط

سعيداني رشيد

تخصص رياضيات

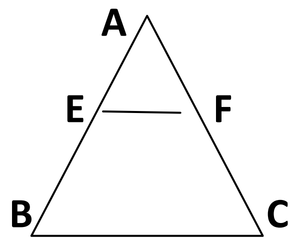
الهندسة

مبرهنة طاليس :

ملخص للدرس :

مبرهنة طاليس :

حالة 1 :



في المثلث ABC

E نقطة من[AB]

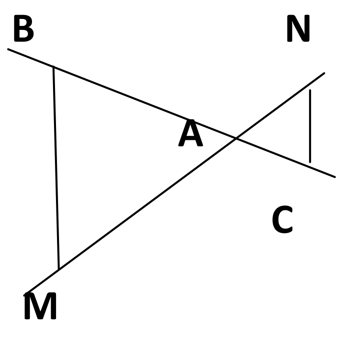
F نقطة من [AC]

إذا كان :

(EF)//(BC)

فإن : $\frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$

حالة 2 :



النقط M,A,N على استقامية واحدة .

النقط B,A,C على استقامية واحدة .

اذا كان :

(BM)//(NC)

فإن :

$$\frac{CN}{MB} = \frac{AC}{AB} = \frac{AN}{AM}$$

مبرهنة طاليس العكسية :

اذا كانت :

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AN}{AM}$$

و النقط B,A,C على استقامية واحدة .

و النقط M,A,N على استقامية واحدة .

فان :

المستقيمان (NC) و (BM) متوازيان .

سلسلة التمارين

التمرين الأول:

ABC مثلث قائم في A حيث : AC=12cm و AB=5cm

1/ أنشأ الشكل .

2/ أحسب الطول BC .

N نقطة من [AC] حيث : CN=3cm .

(d) مستقيم يشمل N و يوازي (AB) يقطع (BC) في R .

3/ أحسب كلا من الطولين : RN و BR .

التمرين الثاني :

FGH مثلث , النقطة R تنتمي إلى [FG] و النقطة S تنتمي إلى [FH] حيث وحدة الطول هي (cm) .

FG=20 , GH=21 , RG=12 , FS=11.6 , FH=29

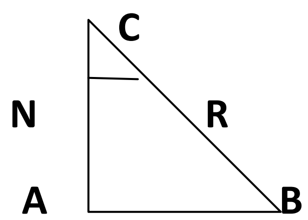
1/ بين أن المثلث FGH قائم في G .

2/ بين أن المستقيمان (RS) و (GH) متوازيان .

حلول التمارين :

التمرين الأول :

1/ إنشاء الشكل :



2/ حساب الطول BC:

المثلث ABC قائم في A

إذن حسب نظرية فيثاغورس

فان : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

بالتعويض $5^2 + 12^2 = BC^2$

$BC^2 = 169$

$BC = \sqrt{169}$

إذن : $BC = 13\ cm$

3/ حساب الأطوال : RN و BR :

حساب الطول : RN :

لدينا في المثلث BAC :

النقط C,N,A على استقامة واحدة.

النقط B,R,C على استقامة واحدة.

و (RN)//(BA)

إذن حسب نظرية طاليس فان :

$$\frac{RN}{BA} = \frac{CN}{CA} = \frac{CR}{CB}$$

نأخذ $\frac{RN}{BA} = \frac{CN}{CA}$

بالتعويض $\frac{RN}{5} = \frac{3}{12}$

$$RN = \frac{3 \times 5}{12} = \frac{15}{12} = 1.25\ cm$$

حساب الطول BR :

نحسب أولا الطول CR :

نأخذ $\frac{CN}{CA} = \frac{CR}{CB}$

$$\frac{CR}{13} = \frac{3}{12}$$

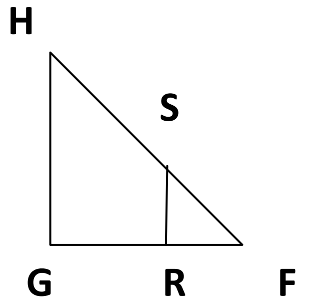
$$CR = \frac{3 \times 13}{12} = 3,25 \text{ cm}$$

و نعلم أن : CB=CR+RB

$$RB = CB - CR = 13 - 3,25 = 9,75 \text{ cm}$$

التمرين الثاني :

1/ أبين أن FGH قائم في G :



لدينا في المثلث FGH :

$$FG^2 = 20^2 = 400$$

$$GH^2 = 21^2 = 44$$

$$FH^2 = 29^2 = 841$$

$$FG^2 + GH^2 = 400 + 441 = 841 = FH^2$$

اذن حسب النظرية العكسية لفيتاغورس فان المثلث FGH قائم في G .

2/ أبين أن المستقيمان (RS) و (GH) متوازيان :

لدينا في المثلث FGH

النقط F,S,H على استقامة واحدة.

النقط F,R,G على استقامة واحدة .

$$\frac{FS}{FH} = \frac{11,6}{29} = 0,4$$

$$FR = FG - RG$$

$$FR = 20 - 12$$

$$FR = 8$$

$$\frac{FR}{FG} = \frac{8}{20} = 0,4$$

اذن : $\frac{FS}{FH} = \frac{FR}{FG} = 0,4$

و منه حسب النظرية العكسية لطاليس فان المستقيمان (RS) و (GH) متوازيان .